Modélisation des actions mécaniques

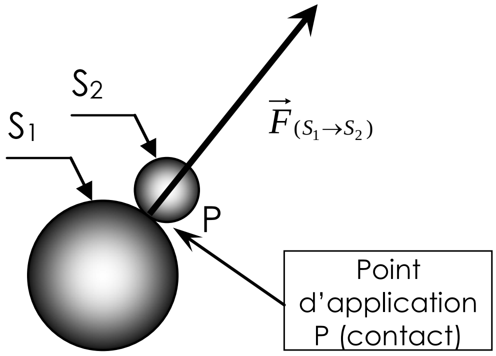
Modélisation des forces

1 Définition

On appelle **force**, l'interaction mécanique d'attraction ou de répulsion qui s'exerce entre deux corps (pas obligatoirement en contact). Elle peut être susceptible de maintenir un corps au repos, de créer, de maintenir ou de modifier un mouvement, de déformer ce corps.

Une force s'applique en un **point**. L'action mécanique exercée par une force sur une pièce dépend de :

- l'**intensité de la force**,
- la **direction de la force,**
- du **sens de la force**.



L'entité mathématique « **Vecteur** » est, lui, aussi caractérisé par sa Norme, sa Direction et son Sens. Une force sera donc modélisée par un vecteur, associé à un **Point d'application**.

Unité : Une force s'exprime en Newton (N)

Notation : $\overrightarrow{F_{(S_1 \to S_2)}}$ ou $\overrightarrow{F_{S1/S2}}$

Ordre de grandeur : Une personne de masse 70 kg a un poids d'environ 700 N, soit 70 daN.

L'intensité d'une force se note $\|\overrightarrow{F_{(S1 \to S2)}}\|$.

Une force s'exerce « à distance » si elle ne résulte pas d'une liaison mécanique.
Exemples :

- pesanteur
- magnétisme

Une force est dite « de contact » si elle résulte d'une liaison mécanique.

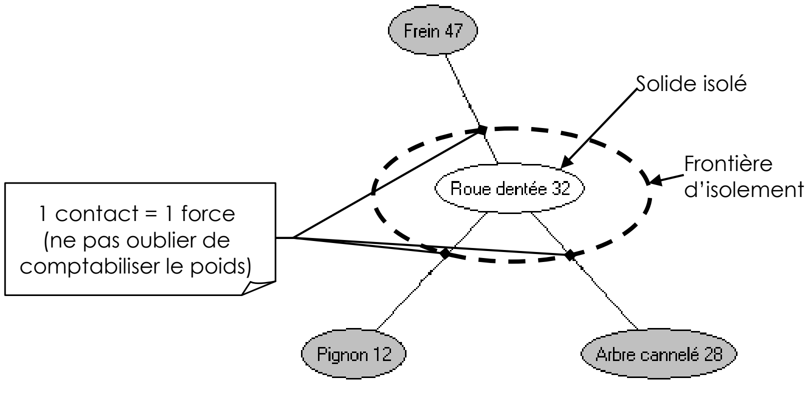
2 Isolement d'un solide

Pour identifier les forces s'exerçant sur un solide, il faut tout d'abord *isoler* ce solide. Si le solide n'est pas clairement ***identifié*** et ***délimité***, l'inventaire des forces est compromis. Il faut donc créer mentalement une frontière autour du/des solide(s) isolé(s).

On dresse alors l'inventaire des forces « traversant » cette frontière, depuis l'extérieur vers l'intérieur. Cet inventaire est appelé **bilan des forces extérieures**.

On peut s'aider du *graphe de structure* d'un mécanisme pour isoler un solide, visualiser la frontière d'isolement et compter le nombre de forces qui s'exercent sur ce solide.

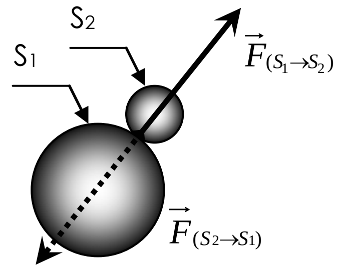
Exemple :



3 Principe des actions mutuelles

Lorsqu'un solide S_1 exerce une force $\overrightarrow{F_{(S1\rightarrow S2)}}$ sur un solide S_2, alors le solide S_2 exerce une force $\overrightarrow{F_{(S2\rightarrow S1)}}$ sur S_1, directement opposée à la force précédente. Il y a équilibre si :

$$\overrightarrow{F_{(S1\rightarrow S2)}} = -\overrightarrow{F_{(S2\rightarrow S1)}}$$



La force $\overrightarrow{F_{(S2\rightarrow S1)}}$ est parfois appelée *réaction* de S_2 sur S_1.

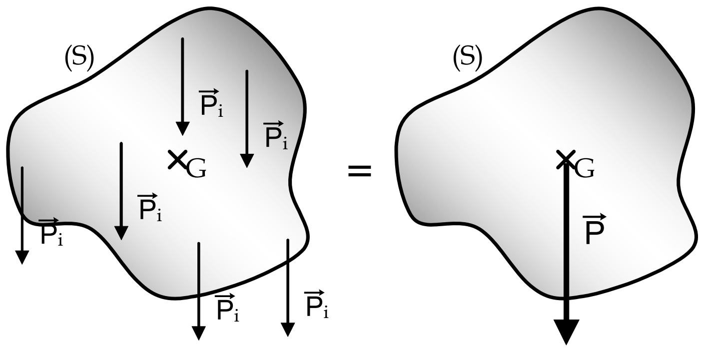
4 Modélisation du poids

La force **de Pesanteur** exercée par notre planète Terre sur un solide S de masse m, est une force *à distance* car elle ne résulte pas d'une liaison mécanique entre la Terre et S.

Cette force est aussi appelée *attraction terrestre*, *pesanteur* ou encore *poids*.

Cette force s'exerce sur chaque molécule du solide S. Pour simplifier, nous la modéliserons par une seule force s'exerçant au *centre de gravité* de S.

Le poids est toujours vertical, vers le bas, il s'applique au centre de gravité du solide.

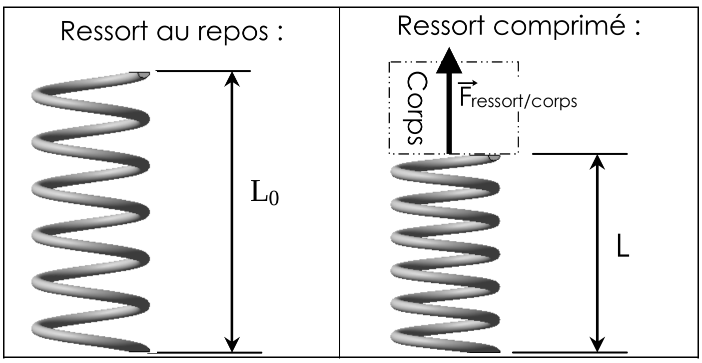


$$\boxed{\|\vec{P}\| = m.g}$$

m = masse du solide en kg
g = accélération de la pesanteur
(en général g=9,81 m/s²)

5 Force sur un ressort (cas du ressort de compression)

On admettra que dans sa plage d'utilisation « normale » la déformation d'un ressort est proportionnelle à la force qu'on lui applique.



☞ Direction de $\vec{F}_{ressort/corps}$ = axe du ressort ;
☞ Sens de $\vec{F}_{ressort/corps}$ = du ressort vers le corps ;
☞ Intensité de $\vec{F}_{ressort/corps}$:

$$\boxed{\|\vec{F}_{ressort/corps}\| = k.(L_0-L)}$$

Avec :
- $\|\vec{F}_{ressort/corps}\|$ en N ;
- k = raideur du ressort, en N/m ;
- L_0-L en m.

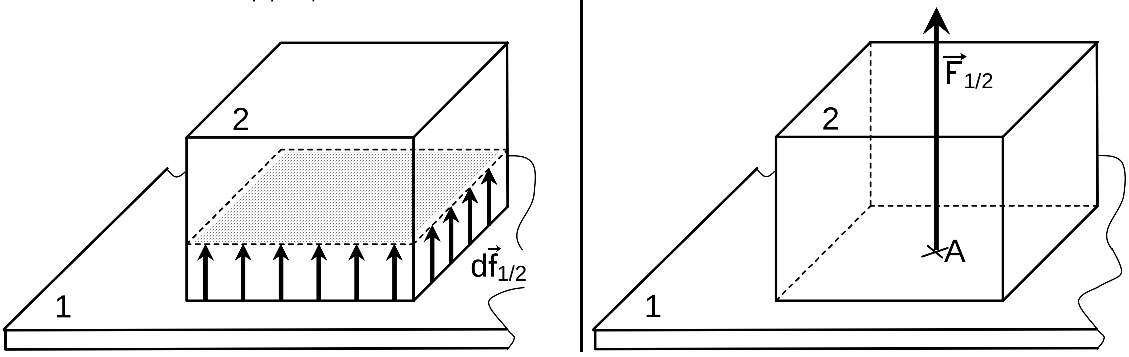
✋ Lorsqu'un tel ressort est comprimé, ses spires subissent une torsion qui provoque la rotation des deux extrémités. Ce phénomène est très souvent négligé.

✋ Dans le cas de la traction, le sens de la force $\vec{F}_{ressort/corps}$ change. La longueur du ressort au repos L_0 étant plus faible que la longueur sous charge L, l'intensité devient : $\|\vec{F}_{ressort/corps}\| = k.(L-L_0)$

6 Modélisation des forces de surface

6.1 Force de surface entre deux solides

Actions réelles appliquées de 1 sur 2 | Modélisation de ces actions

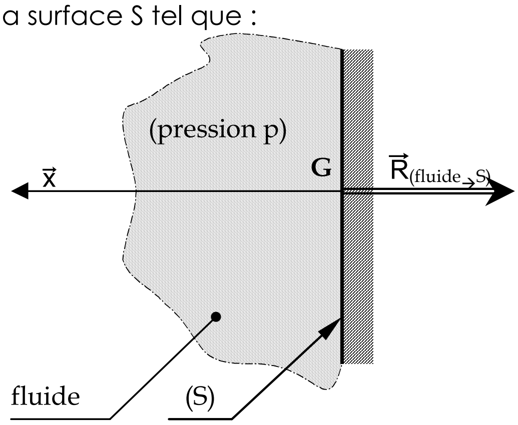


La force de contact surfacique est modélisable par un vecteur $\vec{F}_{1/2}$ tel que :

- Point d'application : A (centre de gravité de la surface de contact) ;
- Direction : perpendiculaire au plan tangent commun ;
- Sens : de 1 vers 2
- Intensité : $\|\vec{F}_{1/2}\| = \Sigma\, d\vec{f}_{1/2}$

6.2 Force due à la pression d'un fluide sur une surface plane

La force $\vec{R}$ d'un fluide sur une surface plane S peut se modéliser par un vecteur au centre G de la surface S tel que :



$\vec{R}$ est :

- perpendiculaire à la surface S ;
- dirigé du fluide vers la surface ;
- appliqué au centre G de la surface.

Son intensité est la suivante :

$$\boxed{\|\overrightarrow{R_{(fluide \rightarrow surface)}}\| = p.S}$$

avec :

- p : pression du fluide, exercée sur la surface S. Cette pression est supposée uniforme ;
- S : *aire* de S (ou *surface* de S).

Unités légales :	Autres unités :	Unités pratiques :
p en Pa	p en MPa	p en bars
S en m²	S en mm²	S en cm²
$\|\vec{R}_{f/S}\|$ en N	$\|\vec{R}_{f/S}\|$ en N	$\|\vec{R}_{f/S}\|$ en daN

1 MPa = 10^6 Pa = 1 N/mm² = 10 b

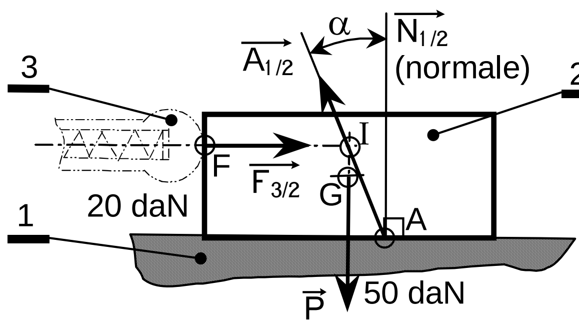
7 Forces de frottement – Modélisation de Coulomb

La loi de Coulomb exprime sous une forme très simplifiée l'intensité des forces de frottement qui s'exercent entre deux solides.
Les corps sont supposés géométriquement parfaits et indéformables.

On exercе sur un parallélépipède **2** de poids $\vec{P}$ en appui horizontal sur **1** une force $\vec{F}$ située dans le plan de symétrie géométrique de **2**.

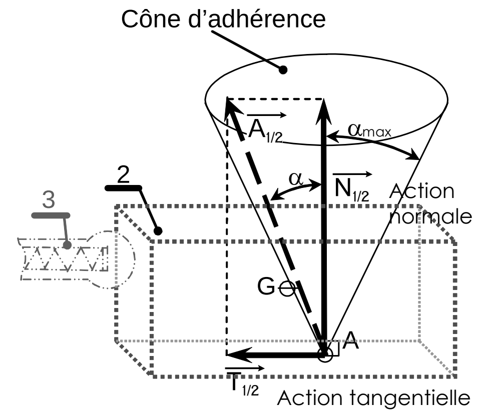
Hypothèses :

- ☞ $\vec{F}_{3/2} \neq \vec{0}$
- ☞ **2** est en **équilibre**.



- La force $\overrightarrow{A_{1/2}}$ fait un angle α par rapport à la normale $\overrightarrow{N_{1/2}}$.
- Si $\overrightarrow{F_{3/2}}$ augmente, α augmente jusqu'à une certaine limite α_{max}.

7.1 *Adhérence : $0 < \alpha < \alpha_{max}$*

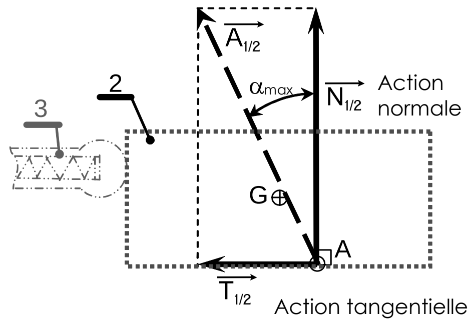


La force $\overrightarrow{F_{3/2}}$ est insuffisante pour mettre en mouvement 2. La force $\overrightarrow{A_{1/2}}$ se situe dans un cône mathématique appelé **cône d'adhérence**.

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\|\overrightarrow{F_{3/2}}\|}{\|\overrightarrow{P}\|}}$$

$\overrightarrow{T_{1/2}}$ est la force d'adhérence : elle s'oppose toujours à la force $\overrightarrow{F_{3/2}}$.

7.2 *Equilibre strict : $\alpha = \alpha_{max}$, $\|\overrightarrow{F_{3/2}}\| = \|\overrightarrow{T_{1/2}}\|$*

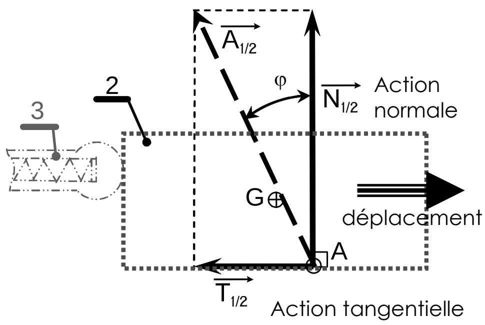


La force d'adhérence $\overrightarrow{T_{1/2}}$ a atteint une valeur limite et est exactement égale en intensité à $\overrightarrow{F_{3/2}}$. Il n'y a toujours pas de mouvement, mais il s'en faut de très peu : Nous sommes à l'équilibre strict.

$$\boxed{\tan\alpha_{max} = \frac{\|\overrightarrow{T_{1/2}}\|}{\|\overrightarrow{N_{1/2}}\|}}$$

tan α_{max}, également notée f_s, est appelée **coefficient d'adhérence**.

7.3 *Glissement : $\varphi = \alpha_{max}$, $\|\overrightarrow{F_{3/2}}\| > \|\overrightarrow{T_{1/2}}\|$*



L'adhérence ne suffit plus à immobiliser le solide, qui se met alors en mouvement : on ne parle plus d'adhérence, mais de **frottement**.
Même si $\overrightarrow{F_{3/2}}$ augmente en intensité, $\overrightarrow{T_{1/2}}$ ne change plus.

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{\|\overrightarrow{T_{1/2}}\|}{\|\overrightarrow{N_{1/2}}\|}}$$

tan φ, également notée f, est appelée **coefficient de frottement**.

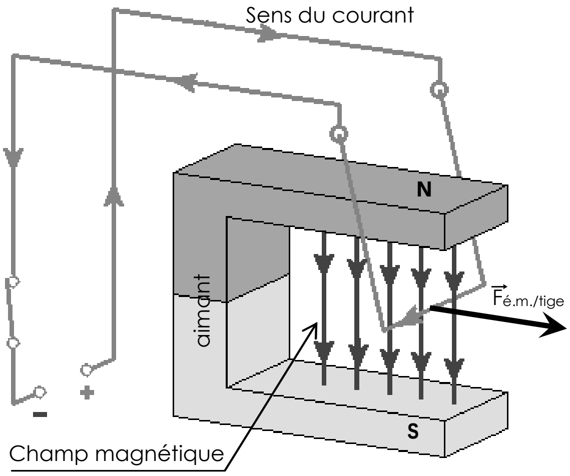
Pour simplifier, dans beaucoup de problèmes on considère que $f = f_s$: On assimilera le coefficient d'adhérence au coefficient de frottement.

7.4 *Exemples de valeurs de coefficients d'adhérence et de frottement*

Valeurs indicatives de μ_s et μ	Adhérence $f_s = \tan\alpha_{max}$		Frottement $f = \tan\varphi$	
Nature des matériaux en contact	A sec	Lubrifié	A sec	Lubrifié
Acier sur acier	0,18	0,12	0,15	0,09
Acier sur fonte	0,19	0,1	0,16	0,08 à 0,04
Acier sur bronze	0,11	0,1	0,1	0,09
Téflon sur acier	0,04		0,04	
Fonte sur bronze		0,1	0,2	0,08 à 0,04
Nylon sur acier			0,35	0,12
Bois sur bois	0,65	0,2	0,4 à 0,2	0,16 à 0,04
Métaux sur bois	0,6 à 0,5	0,1	0,5 à 0,2	0,08 à 0,02
Métal sur glace			0,02	
Pneu voiture sur route	0,8		0,6	0,3 à 0,1 sur sol mouillé

8 Force électromagnétique (ou force de Laplace)

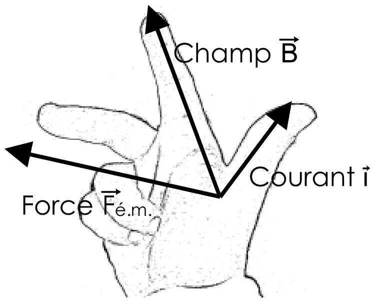
Un conducteur électrique parcouru par un courant crée, dans son voisinage, un champ d'induction magnétique ayant les mêmes propriétés que celui qui est produit par un aimant.



Lorsqu'un conducteur électrique parcouru par un courant est placé dans un champ magnétique, il subit l'action d'une force appelée : force électromagnétique.

Caractéristiques de $\vec{F}_{é.m./tige}$:

☞ Point d'application : centre de la portion de tige soumise au champ magnétique ;



☞ Sens et direction : Le courant $\vec{i}$, le champ magnétique $\vec{B}$ et la force $\vec{F}_{é.m./tige}$ doivent former un trièdre direct.

☞ Intensité :

$$\boxed{\|\vec{F}_{é.m./tige}\| = B.L.I}$$

avec :
- B : champ magnétique, en Teslas (T) ;
- L : longueur de la tige conductrice soumise au champ magnétique, en mètres (m) ;
- I : intensité du courant qui traverse la tige, en ampères (A).

9 Exercices

9.1 Caisse sur le sol (§1 à §4)

Une caisse parallélépipédique de masse m=10 kg est posée sur un sol horizontal. Pour faciliter les calculs on prendra g=10 m/s.

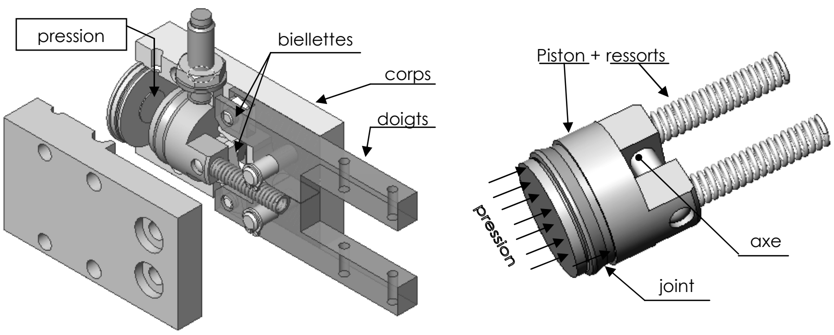
9.1.1 Calculer l'intensité du poids $\|\vec{P}\|$ de cette caisse. Représenter graphiquement cette force sur un schéma (échelle conseillée : 1 cm ↔ 25N)

On note $\vec{R}$ l'action du sol sur la caisse.

9.1.2 Isoler cette caisse et faire le bilan des forces extérieures qui s'y appliquent.

9.1.3 En appliquant le principe des actions mutuelles, déterminer complètement le vecteur force $\vec{R}$. Tracer ce vecteur.

9.2 Pince de préhension pneumatique (§5 à §7)



La pression pneumatique (6 bars) agit sur le piston (D_{piston} = 25 mm), l'effort est transmis aux doigts par l'intermédiaire de biellettes. La position astucieuse des articulations transforme la translation du piston en rotation des doigts. Les deux ressorts de rappel replacent le piston en position initiale lorsque la pression diminue.

9.2.1 Calculer l'intensité de l'effort $\vec{P}_{pres.\rightarrow piston}$ de la pression sur le piston.

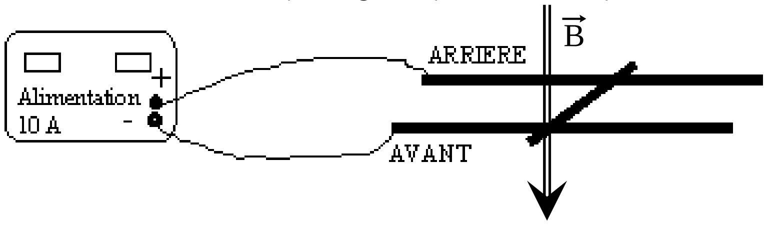
9.2.2 Chaque ressort a une raideur k = 2,5 N/mm, une longueur au repos de 41 mm. Dans le cas où le piston arrive en fin de course, les ressorts ont une longueur de 31 mm. Calculer dans ce cas l'intensité de l'effort $\vec{R}_{res.\rightarrow piston}$ que chaque ressort oppose au piston.

9.2.3 Le joint est plaqué sur les parois du corps avec une force normale de $\|\vec{N}\|$=100 N. Le coefficient de frottement entre le joint en caoutchouc et la paroi en acier est f=0,6. En déduire l'effort de frottement $\vec{T}_{frot.\rightarrow piston}$ qui freine le piston.

9.2.4 En ne tenant compte que des forces $\vec{P}_{pres.\rightarrow piston}$, $\vec{R}_{res.\rightarrow piston}$ et $\vec{T}_{frot.\rightarrow piston}$, quelle est l'intensité de la force $\vec{F}_{axe}$ qui sera finalement disponible sur l'axe du piston ?

9.3 Tige sur rails (§8)

Une tige de cuivre peut rouler sur des rails de cuivre horizontaux. L'ensemble est alimenté en courant continu et est soumis à un champ magnétique modélisé par le vecteur $\vec{B}$.



9.3.1 La tige est soumise à une force électromagnétique : se déplace-t-elle vers la gauche ou vers la droite ?

9.3.2 Calculer la valeur de l'intensité de cette force lorsque le champ magnétique a une valeur de 0,2 T, le courant une intensité de 10 A, et que l'écartement des rails est de 8 cm.

9.3.3 Représenter cette force sur le schéma (échelle : 1cm ↔ 0,05N).

Eléments de réponse :

9.1 Caisse sur le sol

- $\|\vec{P}\|$ = 100 N, Bilan : $\vec{P}$ et $\vec{R}$, $\vec{R} = -\vec{P}$

9.2 Pince de préhension pneumatique

- $\|\vec{F}_{pres.\rightarrow piston}\|$=294,5 N, $\|\vec{R}_{res.\rightarrow piston}\|$=25 N, $\|\vec{T}_{frot.\rightarrow piston}\|$=60 N, $\|\vec{F}_{axe}\|$=209,5 N

9.3 Tige sur rails

- La tige se déplace vers la droite
- $\|\vec{F}\|$=0,16 N